FUNCION LOGARÍTMICA

Es la Función Inversa de la Función Exponencial, Luego ambas son Simétricas Respecto de la Bisectriz del Primer Cuadrante (Puesto que los Números Negativos NO Tienen Logaritmo); *Se llama Logaritmo de un Número (N) en una Base (b), al Exponente al que Debemos Elevar la Base para Obtener como Resultado el Numero en Cuestión (N).*

$\Rightarrow$ $\mathbf{b^x = N}$ → La Solución es $\mathbf{x = \log_b N}$

Las Bases (b) más Utilizadas son:

- La Base **10** que da Lugar a los Logaritmos Comunes o Decimales (Log_{10}), y NO se acostumbra escribir la Base Ej: Log 100 = 2 porque $10^2 = 100$.

- Y la Base ***e*** = 2,718281828……. que Origina los Logaritmos Naturales (Ln), también conocidos como Neperianos. → Ej: Ln (e) 100 = 2,6881171… pues $e^{2,688117} = 100$

◈ *PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS:* → Se Cumplen para los Logaritmos Naturales y de otras Bases

1. El Logaritmo de Uno (1) es Igual a Cero (0). Tenemos que $\Rightarrow$ $\mathbf{\text{Log}_b(1) = 0}$

2. El Logaritmo de un Producto, es Igual a la Suma de los Logaritmos de Cada uno de los Factores; Tenemos que $\Rightarrow$ $\mathbf{\text{Log}_b(p \cdot q) = \text{Log}_b\, p + \text{Log}_b\, q}$

   Ej: Log (8 x 5) = Log 8 + Log 5 ➔ = 1,602059991…

3. El Logaritmo de un Cociente, es Igual al Logaritmo del Numerador Menos el Logaritmo del Denominador. Tenemos que $\Rightarrow$ $\mathbf{\text{Log}_b(p/q) = \text{Log}_b\, p - \text{Log}_b\, q}$

   Ej: Log (8 x 5) = Log 8 + Log 5 ➔ = 1,602059991…

4. El Logaritmo de una Potencia es Igual a la Multiplicación del Exponente por el Logaritmo de la Base de la Potencia; Tenemos que $\Rightarrow$ $\mathbf{\text{Log}_b(a)^n = n \cdot \text{Log}_b\, a}$

   Ej: $\text{Log}(25)^4 = 4 \cdot \text{Log}\, 25$ ➔ = 5,591760035…

5. El Logaritmo de una Raíz, es Igual al Logaritmo del Radicando, Dividido por el Índice de la Raíz. Tenemos que $\Rightarrow$ $\mathbf{\text{Log}_b \sqrt[m]{a} = \text{Log}_b\, a / m}$

   Ej: $\text{Log}_b \sqrt[4]{10} = \text{Log}_b 10 / 4$ ➔ = 0,25

EJERCICIO → Si el Valor de Venta de una Bodega Nueva se Expresa de la Siguiente Manera : **V = 1.500'0** x $\mathbf{e^{-0,1\,t}}$ donde **t** = Es el Tiempo de Uso en Años de la Misma, En Cuantos Años tendrá un Valor de Venta de $ 744'877.955,oo

$\Longrightarrow$ $744'877.955 = 1500'0 \times e^{-0,1\,t}$

$0,4965853 = e^{-0,1\,t}$

$\text{Ln}(0,4965853) = \text{Ln}\, e^{-0,1\,t}$

$-0,7 = -0,1\,t$

t = 7 Años

TASA MINIMA ATRACTIVA DE RENTABILIDAD (TMAR)

Es la Tasa de Ganancia que Cada Inversionista se Fija y Por debajo de la Cual ***NO INVIERTE*** *su Dinero .$.$;* Es decir que esta Tasa es el Parámetro de Aceptación o Rechazo de una Inversión.

EJEMPLO

Un Inversionista Tiene como TMAR el 2.5% Mensual, (Vencido). Sin Embargo le Proponen Invertir en un Proyecto que le Garantiza Duplicar el Capital (K) en Dos Años y Medio, Evaluar Financieramente la Propuesta.

$$\Longrightarrow \quad K (1 + i)^{n} = 2 K$$

$$K (1 + i)^{30} = 2 K$$

$$\cancel{K} (1 + i)^{30} = 2 \cancel{K}$$

$$Ln (1 + i)^{30} = Ln\ 2$$

$$30\ Ln (1 + i) = 0.693147$$

$$30 (i) = 0.693147 \quad \rightarrow \quad i = 2.31 \%\ \text{Mes Vencido}$$

Por lo Tanto el Inversionista Rechazará la Propuesta por que está por debajo del 2.50% que es su TMAR.

Ahora que sucede si el 2.31% que ofrece el Proyecto es **Mes Anticipado** ¿????

Entonces Utilizamos la Fórmula de Conversión de Tasas de Interés Vencida a Tasa Anticipada

$$i\,a = \frac{i\,v}{(1 + i\,v)} \quad \Longrightarrow \quad i\,a = 0.0231 / (1 + 0.0231) \rightarrow \quad i\,a = 2.2578\ \%\ M.\ A.$$

Aún así NO INVIERTE por que la Tasa Mínima Atractiva de Rentabilidad sigue siendo mayor a la Tasa Efectiva Mes Vencido que Ofrece el Proyecto.

$$i\,a = 2.2578\ \%\ M.\ A. \quad < \quad i\,v = 2.3646\%\ M.\ V.$$

EJERCICIO

Un Pagaré cuyo Valor para dentro de 2 años es de $ 70'000, se Adquiere Hoy por $ 40'000, Si el Comprador Tiene una TMAR del 27 % Anual para sus Inversiones, cuanto Ganará o Perderá en el Negocio. ¿???

Planteamos el Ejercicio :

$$K_0 (1 + i)^{n} = K_1 \quad \Longrightarrow \quad 40'200\ (1.27)^{2} = 70'000$$

64'516 - 70'000 → = **$ - 5'484** Es lo que Pierde el Inversionista

EJERCICIO

Cuantos Semestres se requerirán para que una Inversión Inicial de \$ 12’000 se conviertan en \$18’600 con una Tasa de Interés Anual del 27.5% Anual (Se entiende que es Vencido).

Primero obtenemos la Tasa de Interés Efectiva porque esta es Nominal

$i = j / m$ $\quad$ $i = 0.275 / 2$ $\quad$ $iv = 13.75\ \%$ Efectiva Semestral Vencida

Planteamos el Problema utilizando la Fórmula del Interés Compuesto

$K_0 (1 + i)^n = K_1 \Longrightarrow$ $12'000\ (1.1375)^n = 18'600$

$(1.1375)^n = 18'600 / 12'000 \rightarrow n \times \text{Ln } 1.1375 = \text{Ln } 1.55$

La Respuesta es $\boxed{3.40}$ Semestres se requieren

PERO QUE SUCEDE si la Tasa de Interés Semestral es Anticipada y NO Vencida como está plantada en el Ejercicio ¿???

Convertimos a Tasa de Interés Anticipada la Tasa Efectiva Semestral que Obtuvimos.

$$i\,a = \frac{i\,v}{(1 + i\,v)} \Longrightarrow i\,a = 0.1375 / (1 + 0.1375) \rightarrow \mathbf{i\,a = 12.088\ \%\ S.\ A.}$$

Y Aplicamos nuevamente la Fórmula del Interés Compuesto

$K_0 (1 + i)^n = K_1$ $\quad$ $12'000\ (1.12088)^n = 18'600$

$(1.12088)^n = 18'600 / 12'000 \rightarrow n \times \text{Ln } 1.12088 = \text{Ln } 1.55$

La Respuesta es $\boxed{3.84}$ Semestres se requieren

EJERCICIO

Qué es mejor Invertir en una Empresa que Garantiza Triplicar el Capital al cabo de 3 años o Ahorrar en una Corporación que paga una Tasa de Interés del 3.0% Capitalizable Mensualmente (Se entiende que es Vencido).

Utilizamos la Fórmula planteada para averiguar la TMAR

$$K (1 + i)^n = 3 K$$

$$K (1 + i)^{36} = 3 K$$

$$\cancel{K} (1 + i)^{36} = \cancel{3} K$$

$$\text{Ln } (1 + i)^{36} = \text{Ln } 3$$

$$36 \text{ Ln } (1 + i) = 1.0986122$$

$$36 (i) = 1.0986122 \rightarrow \mathbf{i = 3.052\ \%\ Mes\ Vencido}$$

Por lo tanto es Mejor Invertir en la Empresa que Ahorrar en la Corporación Financiera.